機械的単位操作

【問１】定圧ろ過に関する以下の文章を読み，設問に答えよ。

図１に示すように，ある懸濁液（分散体と分散媒からなる流体）を，一定のろ過面積で定圧ろ過したところ，表１に示すような結果が得られ，種々のろ過時間 t [s]におけるろ液体積 V [m^3]の変化が式(1)で良好に表現できることがわかった。ただし，ろ過は，ろ過時間 $t = 0.0$ s で開始した。

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = \frac{K}{2(V+V_0)} \tag{1}$$

ここで，KおよびV_0はともに，ろ過において一定と見なせる定数であり，それぞれの単位は $m^6 \cdot s^{-1}$とm^3 である。式(1)の微分方程式を解くことにより式(2)が得られる。

$$(V + V_0)^2 = K\left(t + \boxed{\quad ア \quad}\right) \tag{2}$$

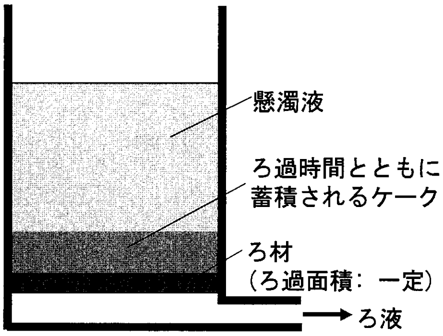


図１　定圧ろ過の模式図

表１　ろ過におけるろ液体積の変化

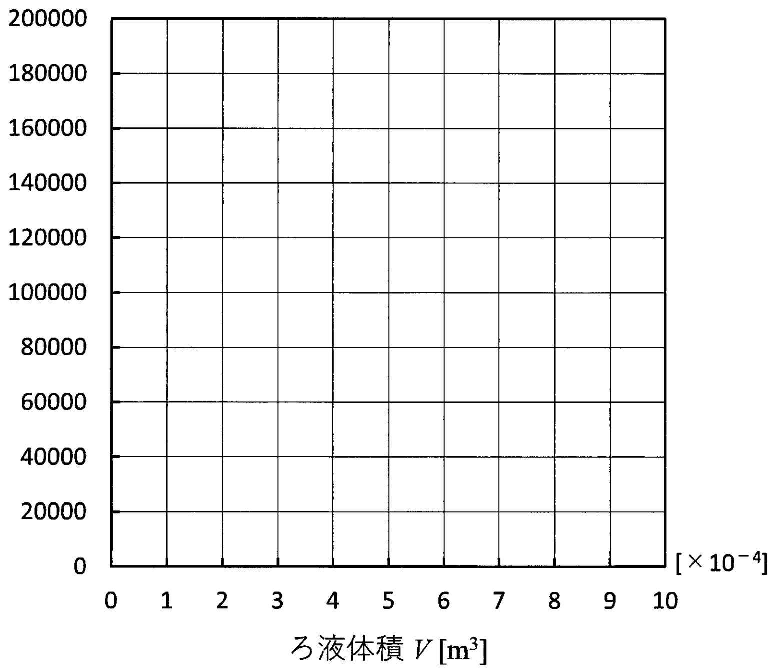
ろ過時間 t [s]	ろ液体積 V [m^3]
8.0	1.00×10^{-4}
25.0	2.50×10^{-4}
63.0	5.00×10^{-4}
113.0	7.50×10^{-4}
180.0	1.00×10^{-3}

（ただし，$t = 0.0$ s でろ過を開始）

1）式(2)の $\boxed{ア}$ に当てはまる適切な文字式を答えよ。

2）表１の実測データをもとに，式(2)中の定数 K [$m^6 \cdot s^{-1}$]の値を作図から求めたい。右のマス目の縦軸に注意しながら適切なプロットを行い，得られる直線関係をもとに K を求め，その値を有効数字２桁で答えよ。

3）もう一つの定数V_0[m^3]の値を，設問２）において作成したグラフを利用して，有効数字２桁で求めよ。



4）作図より求めたKおよびV_0の物理的な意味を考えたい。次の文章の$\boxed{イ}$～$\boxed{オ}$に当てはまる最も適切な語句を，＜語群１＞から選び答えよ。

$K\,[\mathrm{m^6 \cdot s^{-1}}]$はろ過の難易を表す特性値であり，この値が大きいほど，設問２）で描いた直線の勾配は$\boxed{イ}$なる。一方，$V_0[\mathrm{m^3}]$は，$\boxed{ウ}$の抵抗に相当する仮想的な$\boxed{エ}$を形成するのに必要な$\boxed{オ}$の体積と見なすことができる。

＜語群１＞　乾固体，ケーク，懸濁液，ろ液，ろ過，ろ過圧力，ろ過面積，ろ材，大きく，小さく

【問２】粘弾性体に関する以下の文章を読み，設問に答えよ。

周期的に変化する応力あるいはひずみを試料に与えると，その試料の動的な粘弾性を評価できる。例えば，角周波数ωの正弦波ひずみ$\gamma = \gamma_0 \sin\omega t$を，完全弾性体と見なせる試料に与えると，応力は$\boxed{\text{カ}}$の法則にしたがう。ここで，$\gamma_0$と$t$はそれぞれ最大ひずみと時間を表す。そのときの応力$\tau_E$の変化は最大応力を$\tau_{E,0}$とすると，

$$\tau_E = \tau_{E,0} \sin\omega t \tag{3}$$

となり，完全弾性体の場合は，ひずみと応力の位相差は生じない。一方，純粘性体と見なせる試料に正弦波ひずみを与えた場合は，応力とひずみに位相差が生じる。すなわち，応力の位相がひずみより$\boxed{\text{キ}}$だけ進んだ位相をとる。そのときの応力τ_Fの変化は，最大応力を$\tau_{F,0}$とすると，

$$\tau_F = \tau_{F,0} \sin\left(\omega t + \boxed{\text{キ}}\right) \tag{4}$$

と表すことができる。完全弾性体と純粘性体の中間の性質を示す粘弾性体の場合，位相差δは，

$$0 < \delta < \boxed{\text{キ}} \tag{5}$$

の範囲で観測されることになる。いま，マクスウェル(Maxwell)モデルを使って試料 X に与える周期的なひずみγと応力τの関係を定量的に表現できる式を導きたい。モデルの構成要素として弾性率Eのバネ，粘度ηのダッシュポットを考えると，マクスウェルモデルの場合は，次のような関係式が得られる。

$$\frac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}t} = \boxed{\text{ク}} \times \frac{\mathrm{d}\tau}{\mathrm{d}t} + \boxed{\text{ケ}} \times \tau \tag{6}$$

ひずみγと応力τのそれぞれについて，$\gamma = \gamma_0 \exp\,(i\omega t)$，$\tau = \tau_0 \exp\,\{i(\omega t + \delta)\}$の複素関数表示を利用すると，式(6)は次式のように書き表すことができる。

$$\gamma = \tau\left(\frac{1}{E} + \boxed{\text{コ}}\right) \tag{7}$$

複素弾性率$E^*(\omega)$はτ/γで表すことができるので，

$$E^*(\omega) = E\,\frac{\boxed{\text{サ}}}{\omega^2\eta^2 + E^2} + iE\,\frac{\boxed{\text{シ}}}{\omega^2\eta^2 + E^2} \tag{8}$$

となる。式(8)の第一項（実部）は$\boxed{\text{ス}}$とよばれ，第二項（虚部）は$\boxed{\text{セ}}$とよばれる。式(8)の角周波数ωに着目すると，ωが極端に小さく，ひずみを極めてゆっくりと変化させた場合は$\boxed{\text{ス}}$のほうが$\boxed{\text{セ}}$よりも，$\boxed{\text{ソ}}$角周波数依存性が現れると予想できる。また，$\boxed{\text{ス}}$と$\boxed{\text{セ}}$の比をとった値は$\boxed{\text{タ}}$とよばれ，両成分の位相差を表す。

1）文章中の カ ，キ ，ス ～ タ に当てはまる最も適切なものを＜語群２＞からそれぞれ選び，答えよ。

＜語群２＞ ダイラタント，ビオ・サバール，ビンガム，フーリエ，
フィック，フック，ヤング，ラ・ウール，
$\frac{1}{2}\pi$， π， $\frac{3}{2}\pi$， 2π，損失正接，損失弾性率，体積膨張率，
貯蔵弾性率，等温圧縮率，粘性率（粘度），誘電率，強い，弱い

2）下線で示されるマクスウェル(Maxwell)モデルを表す模式図として最も適切なものを図２の①～④のうちから一つ選べ。

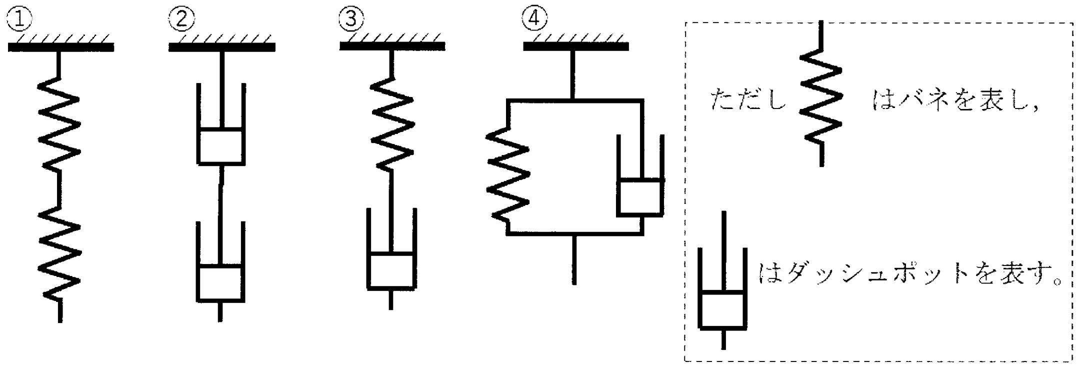


図２　粘弾性を表現する各種モデル

3）文章中の ク ～ シ に当てはまる適切な文字式を，角周波数ω，弾性率E，粘度η，虚数単位 iを使ってそれぞれ答えよ。ただし，$i=\sqrt{-1}$を表す。